

# MODELOS LONGITUDINAIS NA PREVISÃO DA DEGRADAÇÃO DO PAVIMENTO RODOVIÁRIO AO NÍVEL DO ATRITO.

Adriana Santos<sup>1</sup>, Elisabete Freitas<sup>2</sup>, Susana Faria<sup>3</sup>, Joel R. M. Oliveira<sup>4</sup>, Ana Maria A. C. Rocha<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Ascendi, Programa Doutoral da Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil, C-TAC – Centro de Território, Ambiente e Construção, Guimarães, Portugal, email:asantos@ascendi.pt

<sup>2</sup> Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil, C-TAC – Centro de Território, Ambiente e Construção, Guimarães, Portugal, email:efreitas@civil.uminho.pt

<sup>3</sup> Universidade do Minho, Departamento de Matemática, CBMA – Centro de Biologia Molecular e Ambiental, Guimarães, Portugal, email: sfaria@math.uminho.pt

<sup>4</sup> Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil, C-TAC – Centro de Território, Ambiente e Construção, Guimarães, Portugal, email:joliveira@civil.uminho.pt

<sup>5</sup> Universidade do Minho, Departamento de Produção e Sistemas, Centro de Investigação de Algoritmia, Guimarães, Portugal, email:arocha@dps.uminho.ptemail

---

## Sumário

*Os modelos de degradação do pavimento ao nível do atrito permitem ao gestor garantir a segurança dos seus utentes. Assim, foram desenvolvidos modelos longitudinais que descrevem essa degradação do pavimento em função do tempo, clima, relevo, tipo de camada e características em planta e perfil, a partir de uma base de dados obtida ao longo de 8 anos, na rede da Ascendi, em seis distritos diferentes, num total de 7204 trechos de 100m.*

*Os modelos obtidos permitiram identificar vários fatores, tais como: clima, relevo, geometria da via e tipo de camada, associados à degradação do pavimento ao nível do atrito.*

---

**Palavras-chave:** Atrito; Modelos longitudinais ou Lineares Mistos; Degradação; Previsão.

## 1 INTRODUÇÃO

O processo de degradação do atrito de um pavimento rodoviário inicia-se imediatamente após a sua colocação em serviço em consequência de múltiplos fatores tais como o volume e a classe de tráfego, as condições climáticas ou a idade e o tipo de camada superficial ou de desgaste do pavimento. Considerando a importância do atrito para a garantia de elevados padrões de qualidade dos pavimentos, este processo exige dos Gestores do ativo pronta resposta a questões tais como, “Que”, “Quando”, “Onde” e “Como” fazer as necessárias intervenções de manutenção.

É de todo conveniente que os Gestores dos Ativos suportem as suas respostas a estas questões em informação recolhida e tratada, ao longo e na perspetiva do ciclo de vida do pavimento, por um Sistema de Gestão de Pavimentos [1]. Essa informação será tanto mais eficaz quanto esse Sistema considere modelos de degradação do desempenho dos pavimentos que retratem adequadamente as características da região em estudo e que trabalhem com base em dados de qualidade e na experiência adquirida com as inspeções e avaliações aos pavimentos, sendo por esta razão fundamental usar modelos desenvolvidos para as condições locais. Decisões de manutenção tomadas com base em informação tratada por Sistemas de Gestão de Pavimentos adequadamente construídos são previsivelmente melhores decisões, decerto mais eficazes na prossecução do objetivo maior de prolongamento da vida útil dos pavimentos e propiciadoras da otimização dos respetivos custos de intervenção [2].

Entre 1958 e 1961, foi desenvolvido um projeto pioneiro conhecido por Ensaio AASHO, que pretendia estudar o comportamento dos pavimentos, que foi durante décadas a base do desenvolvimento de muitos modelos de comportamento usados tanto nos Estados Unidos como noutros países [3]. Ao ensaio AASHO seguiram-se outros grandes projetos, dos quais se destacam o projeto realizado pelo Banco Mundial - HDM 4 [4], o projeto SHRP, o projeto FORCE, realizado pela OCDE [5], a Acção COST 324 [6], e o projeto PARIS, realizado ao nível europeu entre 1996 e 1998 [7].

Desde então foram desenvolvidos muitos modelos de previsão da degradação dos pavimentos, podendo classificar-se de acordo com os seguintes critérios: nível de aplicação – projeto ou rede; tipo de variáveis dependentes e independentes; conceção – empíricos, mecanicistas ou empírico-mecanicistas e tipo de formulação – determinísticos ou probabilísticos. Tendo em conta o objetivo deste trabalho, será dado relevo aos modelos a nível da rede desenvolvidos para prever o atrito, com várias variáveis explicativas, de base empírica.

Os modelos de degradação para o atrito, atualmente disponíveis, consideram como fatores preponderantes a textura, o tráfego médio diário anual ou acumulado, a idade da camada de desgaste e o coeficiente de polimento dos agregados da superfície durante um determinado período [8], [9] e [10]. Com alguma frequência, fatores climáticos como a temperatura [10] e a precipitação também são referidos, tendo sido indicada a necessidade de aprofundar as relações entre estes fatores e o atrito. Porém, haverá outros fatores que também podem influenciar a degradação do atrito ao longo do tempo tais como as características em planta e perfil cuja relação ainda não foi adequadamente demonstrada em particular em estudos de longo prazo (LLPP) e o tipo de camada superficial [10] e [11].

Neste trabalho apresenta-se o estudo de modelos de previsão da degradação do parâmetro Atrito em pavimentos rodoviários, integráveis num Sistema de Gestão de Pavimentos. No desenvolvimento destes modelos de degradação, foram utilizados os Modelos Longitudinais, em que os dados para cada “indivíduo” são medidos repetidas vezes, numa ordem cronológica e/ou temporal. Utilizando estes modelos é possível aferir o estado inicial do pavimento e prever a sua evolução ao longo do tempo bem como, posteriormente, definir o progresso do indicador de desempenho ao nível funcional da superfície do pavimento.

## 2 MODELOS LONGITUDINAIS OU LINEARES MISTOS

Os modelos longitudinais, também designados por modelos lineares de medições repetidas, uma vez que os dados para cada indivíduo são recolhidos repetidamente numa ordem cronológica e/ou temporal foram inicialmente propostos por Henderson em 1953 e indicados como Modelos Lineares Mistos [12].

Estes modelos incorporam quer efeitos fixos, isto é, parâmetros associados a toda a população, quer efeitos aleatórios associados aos indivíduos selecionados aleatoriamente da população. A distinção entre os fatores fixos e os fatores aleatórios e os seus efeitos na variável dependente são essenciais nestes modelos [12].

O modelo longitudinal, ou modelo linear misto, é dado por:

$$Y_i = \beta X_i + b_i Z_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

em que:

- $i$   $i = 1, \dots, n$  –  $n$  é o número de sujeitos/indivíduos;
- $Y_i$   $(Y_{i1} \dots Y_{iT_i})^T$  é o vetor  $T_i \times 1$  das variáveis resposta (ou dependente), para o indivíduo  $i$ ;
- $\beta$  é o vetor  $p \times 1$  associado aos efeitos fixos (parâmetros desconhecidos);
- $X_i$  é a matriz  $T_i \times p$  de covariáveis dos efeitos fixos;
- $b_i$  é o vetor  $q \times 1$  dos efeitos aleatórios;
- $Z_i$  é a matriz  $T_i \times q$  de covariáveis dos efeitos aleatórios;
- $\varepsilon_i$  é o vetor  $T_i \times 1$  dos erros aleatórios.

onde se admite que  $b_i$  e  $\varepsilon_i$  são independentes para diferentes indivíduos  $i$  e entre si, sendo  $b_i$  o vetor de dimensão  $q$ , com distribuição normal multivariada de valor médio zero e matriz  $Z$  com Variância-Covariância  $D$ , definida positiva e  $\varepsilon_i$  são vetores aleatórios de distribuição Normal Multivariada de valor médio zero e matriz  $Z$  com variância-covariância  $\sigma^2 * I$  [12].

Na estimação dos parâmetros do modelo recorre-se ao método da Máxima Verosimilhança (*Maximum Likelihood - ML*) e ao método da Máxima Verosimilhança Restrita (*Restricted Maximum Likelihood - REML*). Em relação a estes dois métodos convém notar que o método ML fornece estimadores para os efeitos fixos, enquanto que o

método REML, por si só não. Este aspeto inviabiliza a comparação, de modelos lineares mistos com diferentes estruturas de efeitos fixos, com base na função da verossimilhança restrita [12].

Construídos os modelos, há necessidade de se comparar a qualidade do ajustamento dos modelos aos dados, sendo que, os critérios de informação mais comuns para comparar diversos modelos alternativos são o Critério de Informação Akaike (*AIC – Akaike’s Information Criterion*) e o Critério de Informação Bayesiana (*BIC – Bayesian Information Criterion*). O modelo que apresenta o menor valor para ambos os critérios (*AIC* e *BIC*) é o modelo selecionado [13]. A comparação entre vários modelos aninhados diferindo somente na estrutura de efeitos fixo é realizada através do Teste de Razão de Verossimilhança (TRV). Este teste só é válido se os estimadores dos parâmetros fixos nos dois modelos forem estimados pelo método ML [12].

Um método que se utiliza para avaliar a capacidade de predição de um modelo, a partir de um conjunto de dados, é a Validação Cruzada (CV). Para isso, dividem-se aleatoriamente os dados em subconjuntos, sendo o primeiro subconjunto utilizado para construir o modelo e os restantes subconjuntos, utilizados para testar e/ou validar o modelo, estimando o erro de predição. As três formas mais utilizadas para realizar a divisão dos dados, são: o método *holdout*, o *k-fold* e o *leave-one-out* [14]. Dado que o método *k-fold* é considerado como um dos métodos mais robusto para estimar a precisão de um modelo, porque é aquele que avalia o desempenho do modelo em diferentes subconjuntos dos dados de treino [15], no caso em estudo, optou-se pela utilização do mesmo, e utilizaram-se os seguintes indicadores de predição: a raiz do erro quadrático médio (*RMSE*), o erro absoluto médio (*MAE*) e erro enviesamento médio (*MBE*).

Todas as análises foram realizadas com recurso ao *software* estatístico *R* (*Developmente Core Team, 2018*) e a *Statistical Package for the Social Sciences* (*IBM SPSS Statistics 24*).

### 3 METODOLOGIA DE ESTUDO

O objetivo deste estudo foi desenvolver vários modelos longitudinais para descrever o comportamento dos pavimentos ao nível do atrito, em função do tempo, e determinar se esse comportamento está relacionado com os dados inerentes ao tráfego, estrutura do pavimento, fatores climáticos e características geométricas do traçado.

Assim, foram utilizados os dados obtidos em vários trechos de 100 m de pavimento, que integram a rede de autoestradas da Concessionária Ascendí, e que foram observados, ao longo de 8 anos, ou seja, desde a abertura ao tráfego e decorridos dois intervalos de tempo espaçados sensivelmente de 4 anos (tempo 0, 1 e 2) e inseridos em seis distritos: Aveiro, Braga, Guarda, Porto, Vila Real e Viseu. Cada um desses trechos foi identificado pelo correspondente ponto quilométrico (PKi), perfazendo um total de 7204 trechos.

Portanto, a variável dependente e/ou de resposta, para o caso de estudo, é o atrito que é determinado pela textura com comprimento de onda inferior ou igual a 0,5 mm, e pela componente de aderência entre o pneu e a superfície de pavimento. A unidade deste parâmetro é o *Grip Number* (GN), sendo que, as variáveis que traduzem as características gerais dos troços em estudo, são o *sentido*, o *PKi*, e o *Distrito* (*D*).

Quanto às variáveis explicativas mais específicas, foram utilizadas variáveis referentes às diversas características destes sublanços, sendo estas agrupadas em: Tráfego (Quadro 1); Condições climáticas (Quadro 2); Estrutura do pavimento (Quadro 3) e Características geométricas do traçado (Quadro 4), bem como a variável *Tempo*.

Algumas destas variáveis foram identificadas na revisão do estado da arte, e outras foram definidas com base nos objetivos do trabalho, sendo que, para as variáveis climáticas foram considerados os registos das “Normais Climatológicas” e o “Atlas Climático Ibérico”, para o período compreendido entre 1971 e 2000 para o Distrito e o mês onde se inserem os trechos em estudo.

Quadro 1. Variáveis explicativas para o tráfego.

<b>Designação</b>	<b>Descrição</b>
<i>TMDA</i>	<i>Tráfego Médio Diário Anual (veic./dia*10<sup>-6</sup>).</i>
<i>TMDAA</i>	<i>Tráfego Médio Diário Anual Acumulado (veic./ano*10<sup>-6</sup>).</i>
<i>TMDAA/sentido</i>	<i>TMDAA por sentido de circulação (veic./ano/ sentido*10<sup>-6</sup>).</i>
<i>TMDAA_sentido_via</i>	<i>TMDAA por sentido e por via de circulação (veic./ano/ sentido/ via*10<sup>-6</sup>).</i>
<i>TMDAA_pesado</i>	<i>Tráfego Médio Diário Anual Acumulado pesado (veic./ano/ pesado*10<sup>-6</sup>).</i>
<i>TMDAA_pesado_via</i>	<i>TMDAA pesado e por via (veic./ano/ pesado/via*10<sup>-6</sup>).</i>
<i>TMDAA_pesado_diurno</i>	<i>TMDAA pesado, que circulou no período diurno compreendido entre as 07:00 e as 19:00h (veic./ano/ pesado/ diurno*10<sup>-6</sup>).</i>
<i>TMDAA_pesado_noturno</i>	<i>TMDAA pesado que circulou no período noturno, compreendido ente as 19:00 e as 07:00h, (veic./ano/ pesado/ noturno*10<sup>-6</sup>).</i>

Quadro 2. Variáveis explicativas para as condições climáticas.

<b>Designação</b>	<b>Descrição</b>
<i>Maior_temp_max</i>	Maior valor da temperatura do ar máxima, em °C.
<i>Media_temp_max</i>	Média da temperatura do ar máxima, em °C.
<i>Media_temp_med</i>	Média da temperatura do ar média, em °C.
<i>Media_temp_min</i>	Média da temperatura do ar mínima, em °C.
<i>Menor_temp_min</i>	Menor valor da temperatura do ar mínima, em °C.
<i>N_med_dias_temp_Max30</i>	Número médio de dias com temperatura máxima ≥ 30°C
<i>N_med_dias_temp_Max25</i>	Número médio de dias com temperatura máxima ≥ 25°C
<i>N_med_dias_temp_Min20</i>	Número médio de dias com temperatura mínima ≥ 20°C
<i>N_med_dias_temp_Min0</i>	Número médio de dias com temperatura mínima ≤ 0°C
<i>N_med_dias_acum_temp_Max30</i>	Número médio de dias acumulado com temperatura máxima ≥ 30°C.
<i>N_med_dias_acum_temp_Max25</i>	Número médio de dias acumulado com temperatura máxima ≥ 25°C.
<i>N_med_dias_acum_temp_Max20</i>	Número médio de dias acumulado com temperatura máxima ≥ 20°C.
<i>N_med_dias_acum_temp_Min0</i>	Número médio de dias acumulado com temperatura mínima ≤ 0°C.
<i>P</i>	Média da quantidade de precipitação total registada (mm).
<i>PM</i>	Maior valor da quantidade de precipitação diária registado (mm).
<i>HR</i>	Humidade relativa do ar (%).

Quadro 3. Variáveis explicativas para o tipo de camada de pavimento.

<b>Designação</b>	<b>Descrição</b>
<i>Camada</i>	Camada superficial, associada à camada de desgaste.
<i>Bbd</i>	camada de desgaste em betão betuminoso drenante (PA 12,5).
<i>MBA. BBA</i>	camada de desgaste com mistura betuminosa aberta com betume modificado com alta percentagem de borracha.
<i>mBBr</i>	camada de desgaste em microbetão rugoso (AC 10) normalmente com dimensão máxima de 10 mm.

Quadro 4. Variáveis explicativas para as características da via.

Designação	Descrição
<i>Via</i>	Zona longitudinal da faixa de rodagem destinada à circulação dos veículos.
<i>VE</i>	via localizada junto ao eixo da autoestrada.
<i>VD</i>	via mais a direita nas autoestradas ou troços de autoestradas com duas vias de trânsito afetas ao mesmo sentido.
<i>VL</i>	via adicional nas autoestradas ou troços de autoestradas com três ou mais vias de trânsito, para circulação dos veículos pesados de mercadorias ou conjuntos de veículos cujo comprimento exceda 7 m.
<i>Planta</i>	Corresponde às características em planta da autoestrada.
<i>R</i>	alinhamento reto, é a linha reta que define o traçado em planta ( $\infty$ ).
<i>A</i>	clotóide, é a curva de transição e é um parâmetro adimensional.
<i>C</i>	curva circular, é o alinhamento curvo de raio constante (m).
<i>Perfil</i>	Corresponde às características do perfil longitudinal da autoestrada.
<i>i</i>	inclinação do tranel, sendo esta, a tangente do ângulo formado com a horizontal (%).
<i>Ccc</i>	curva de concordância concava, é o raio mínimo das concordâncias concavas (m).
<i>Ccv</i>	curva de concordância convexa, é o raio mínimo das concordâncias convexas (m).
<i>Relevo</i>	O relevo relaciona-se com o seu modo de formação, e por vezes, também com a altitude a que se encontra.
<i>Baixas Altitudes</i>	Zona de relevo, cujas curvas hipsométricas se inserem no intervalo [0, 200 m].
<i>Médias Altitudes</i>	Zona de relevo, cujas curvas hipsométricas se inserem no intervalo ]200, 2000 m].

## 4 MODELAÇÃO

A modelação dos efeitos fixos, ou inclusão das covariáveis, foi efetuada de acordo com Pinheiro & Bates (2000) [16]. Assim, após a introdução das covariáveis inerentes ao tráfego, de entre estas, reteve-se a variável *TMDAA*, dado que é aquela que apresenta o modelo com um valor de *AIC* mais pequeno. Para as variáveis relativas às condições climáticas, concluiu-se, que a *Maior\_temp\_max* e o *N\_med\_dias\_temp\_Max25* são as que apresentam modelos com valores de *AIC* mais pequenos, sendo que, para às variáveis inerentes à precipitação concluiu-se que a variável *PM*, é aquela que apresenta um modelo com maior valor de *AIC*, pelo que, optou-se por estudar a covariável *P*.

De seguida, na selecção das variáveis explicativas foi aplicado o método *Backward*, sendo que, na estimação dos parâmetros aplicado foi aplicado o método da máxima verosimilhança (*ML*).

Inicialmente, foi construído o modelo nulo, ou seja, o modelo sem covariáveis, que é expresso por:

$$Atrito_{it} = \beta_{0i} + \varepsilon_{it}; \quad i=1,2,3,\dots,7204; \quad t=0, 1 \text{ e } 2 \quad (1)$$

com:

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \mu_{0i}$$

$$\mu_{0i} \sim N(0, \sigma_p^2)$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

No Quadro 5, apresenta-se a estimativa do parâmetro do modelo, o respetivo erro padrão, o valor-p do teste-t, para avaliar a significância dos efeitos fixos e os critérios de informação.

Quadro 5. Modelo nulo			
	Estimativa	Erro Padrão	valor-p
<b>Efeitos Fixos</b>			
$\hat{\gamma}_{00}$	0,595999	0,0018478	<0,0001
<b>Efeitos Aleatórios</b>			IC 95%
$\sigma_p^2$	0,004863		[0,004486; 0,005272]
$\sigma_\varepsilon^2$	0,011910		[0,011678; 0,012147]
<b>Critérios de Informação</b>			
<i>Akaike's Information Criterion (AIC)</i>			-31319,63
<i>Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)</i>			-31295,68
<i>-2 Log Likelihood (-2LL)</i>			-31325,62

Aquando da caracterização final do pavimento, isto é, quando  $t=0$ , o Caderno de Encargos da ex-EP estabelece, como padrão mínimo, para o parâmetro atrito o valor de 0.60 GN. Analisando-se a estimativa ( $\hat{\gamma}_{00}$ ) observa-se que esta é próxima de 0.60.

De seguida procedeu-se à construção do Modelo I, considerando apenas as variáveis inerentes ao tráfego e às condições climáticas verificando-se que, as covariáveis estatisticamente significativas são: Tempo, *TMDAA\_E06*, a *Maior\_temp\_max*, *N\_med\_dias\_temp\_Max25*, *P* e *HR*. Este modelo, pretende dotar o gestor da rede de uma ferramenta que lhe permita estimar e/ou avaliar a degradação do parâmetro atrito ao longo do tempo, no caso de não dispor na sua base de dados das características, quer em planta, quer em perfil, da estrada e/ou autoestrada bem como, no caso de não diferenciar o tipo de camada de desgaste. Este modelo é expresso da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Atrito}_{it} = & \beta_{0i} + \beta_1 \text{Tempo}_{it} + \beta_2 \text{TMDAA\_E06}_{it} + \beta_3 \text{Maior\_Temp\_Max}_{it} \\ & + \beta_4 \text{N\_med\_dias\_acum\_temp\_Max25}_{it} + \beta_5 P_{it} + \beta_6 \text{HR}_{it} + \varepsilon_{it} \end{aligned} \quad (2)$$

$i=1,2,3,\dots,7204$  e  $t=0, 1$  e  $2$

com:

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \mu_{0t}$$

$$\mu_{0t} \sim N(0, \sigma_p^2)$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

No Quadro 6 encontra-se resumida a informação sobre os parâmetros estimados e critérios de informação para este modelo. Posteriormente, desenvolveu-se o **Modelo II** no qual, para além dos mesmos preditores do modelo anterior, pretendeu-se verificar quais os fatores inerentes às características da autoestrada que influenciam o atrito. Este modelo é expresso da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
Atrito_{it} = & \beta_{0i} + \beta_1 Tempo_{it} + \beta_2 TMDAA\_E06_{it} + \beta_3 Maior\_Temp\_Max_{it} \\
& + \beta_4 N\_med\_dias\_acum\_temp\_Max25_{it} + \beta_5 P_{it} + \beta_6 HR_{it} \\
& + \beta_7 Via_{it} + \beta_8 Planta_{it} + \beta_9 Camada_{it} + \beta_{10} Relevo_{it} + \varepsilon_{it}
\end{aligned}
\tag{3}$$

$i=1,2,3,\dots,7204$  e  $t=0, 1$  e  $2$   
com:

$$\begin{aligned}
\beta_{0i} &= \gamma_{00} + \mu_{0t} \\
\mu_{0t} &\sim N(0, \sigma_{int}^2) \\
\varepsilon_{it} &\sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)
\end{aligned}$$

Os resultados obtidos bem como, os critérios de informação (AIC e BIC), são apresentados no Quadro 6. Na estimação do modelo II, verificou-se que todas as variáveis são estatisticamente significativas.

Quadro 6. Resultados dos Modelos de Atrito.

Modelos	Modelos I			Modelo II		
	Estimativa ( $\beta$ )	Erro Padrão	valor-p	Estimativa ( $\beta$ )	Erro Padrão	valor-p
<b>Efeitos Fixos</b>						
Constante	0,43605	0,013640	<0,0001	0,74477	0,012463	<0,0001
<i>Tempo</i>	-0,08028	0,000759	<0,0001	-0,07939	0,000716	<0,0001
<i>TMDAA_E06</i>	-0,00007	0,000012	<0,0001	-0,00008	0,000011	<0,0001
<i>Maior_temp_max</i>	0,00430	0,000277	<0,0001	0,00427	0,000253	<0,0001
<i>N_med_dias_temp_Max25</i>	-0,00900	0,000175	<0,0001	-0,00935	0,000163	<0,0001
<i>P</i>	-0,00052	0,000027	<0,0001	-0,00059	0,000025	<0,0001
<i>HR</i>	0,00419	0,000161	<0,0001	0,00042	0,000118	0,0004
<i>VIA (ref: VE)</i>				-	-	-
<i>[VIA=VD]</i>				-0,03952	0,000981	<0,0001
<i>[VIA=VL]</i>				-0,02531	0,002040	<0,0001
<i>Planta (ref: R)</i>				-	-	-
<i>[Planta=A]</i>				-0,00417	0,002810	0,1381
<i>[Planta=C]</i>				-0,01271	0,002695	<0,0001
<i>Perfil (ref: Ccc)</i>				-	-	-
<i>[Perfil=Ccv]</i>				0,00785	0,003456	0,0232
<i>[Perfil=i]</i>				0,00161	0,002963	0,5880
<i>Camada (ref: mBBr)</i>				-	-	-
<i>[Camada=BBd]</i>				-0,08615	0,004257	<0,0001
<i>[Camada=MBA,BBA]</i>				-0,03137	0,009127	<0,0001
<i>Relevo (ref: Médias Altitudes)</i>				-	-	-
<i>[Relevo=Baixas Altitudes]</i>				-0,14261	0,002931	<0,0001
<i>Textura</i>				-	-	-
<b>Efeitos Aleatórios</b>						
	IC 95%			IC 95%		
$\sigma_{int}^2$	0,00657	[0,00608 ; 0,00709]		0,00173	[0,00159 ; 0,00188]	
$\sigma_\varepsilon^2$	0,00521	[0,00511 ; 0,00531]		0,00481	[0,00471 ; 0,00490]	
<b>Crítérios de Informação</b>						
<i>Akaike's Information Criterion (AIC)</i>	-47418,30			-51052,93		
<i>Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)</i>	-47346,47			-50909,28		
<i>-2 Log Likelihood (-2LL)</i>	-47436,30			-51088,80		

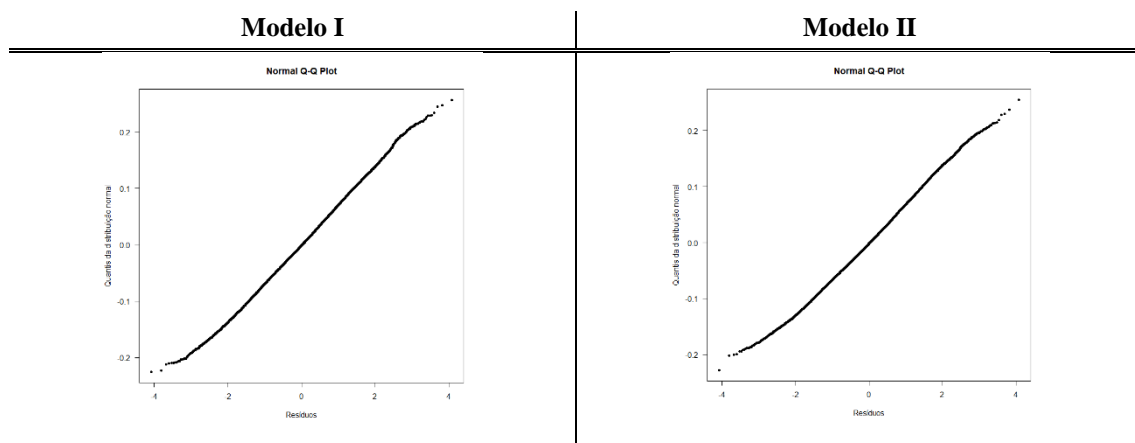
Conforme referido anteriormente, os modelos apresentados foram estimados usando o método ML pelo que, de seguida, efetuou-se a comparação entre os modelos, de modo a avaliar o ajuste dos mesmos. Para este efeito, foi utilizado o Teste de Razão de Verosimilhança (TRV). No Quadro 7 apresentam-se os valores obtidos no Teste de Razão de Verosimilhança e o respetivo valor-p, bem como os critérios de informação de AIC e BIC.

Quadro 7. Comparação de Modelos.

Modelos Atrito	AIC	BIC	-2LL	Teste	TRV	valor-p
<b>Modelos I</b>	-47418,30	-47346,47	-47436,30			
<b>Modelos II</b>	-51052,93	-50909,28	-51088,80	II vs. I	3652,50	<0,0001

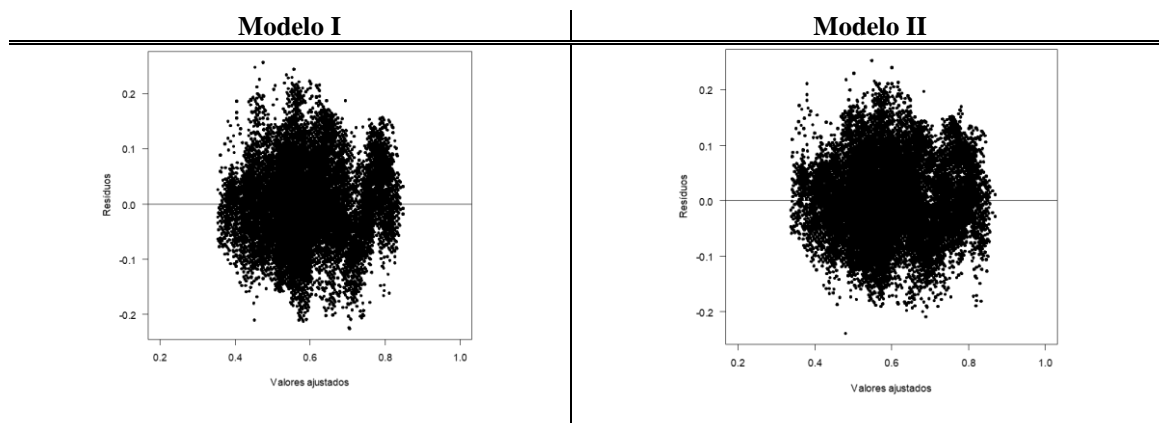
Analisados os valores obtidos no Quadro 7, pode-se concluir que, no caso do gestor da rede dispor dos dados relativos às características da rede, o **Modelo II** apresenta um melhor ajustamento.

De igual modo, com base no papel de probabilidade da normal, verifica-se que não se observaram desvios significativos do pressuposto da normalidade, quer para os erros aleatórios, quer para os efeitos aleatórios (**Fig.1**).



**Fig.1. Papel de probabilidade da normal dos resíduos padronizados.**

A representação gráfica dos resíduos padronizados *versus* os valores ajustados, para cada um dos modelos anteriormente estudados, é apresentada na **Fig.2** e sugere que o pressuposto da homocedasticidade é verificado.

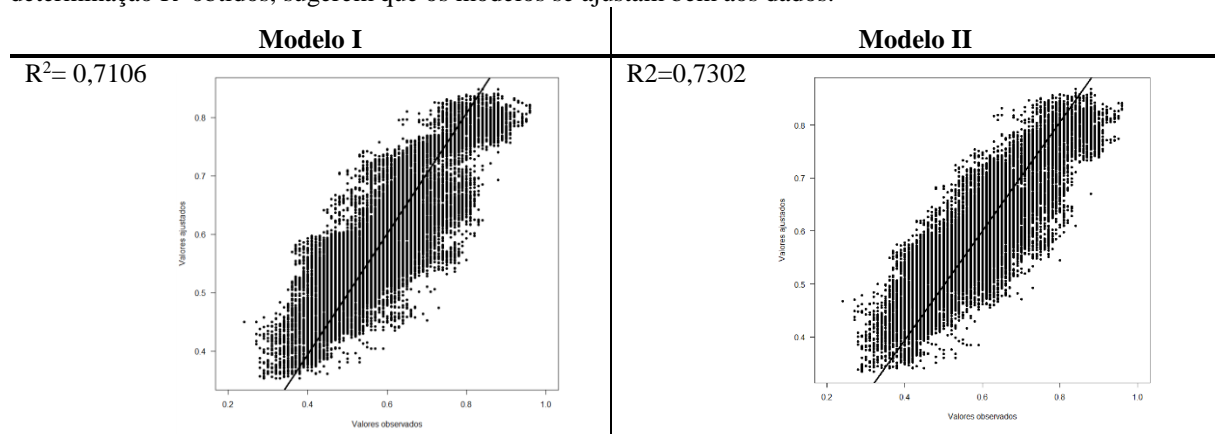


**Fig.2. Gráficos dos resíduos padronizados *versus* valores ajustados.**



## 5 VALIDAÇÃO

Uma das etapas principais num projeto é a validação dos resultados. Assim, a **Fig.3** mostra a relação entre os valores de atrito observados e os valores preditos com base nos modelos ajustados. Os respetivos coeficientes de determinação  $R^2$  obtidos, sugerem que os modelos se ajustam bem aos dados.



**Fig.3. Gráficos dos valores ajustados versus os valores observados.**

Neste estudo, aplicou-se o método *k-fold cross-validation* para avaliar a capacidade preditiva do modelo. Assim, dividiu-se o conjunto total de dados em  $k$  subconjuntos ( $k=10$ ) da mesma grandeza e entre estes escolheu-se aleatoriamente um subconjunto que foi utilizado para teste e os  $k-1$  restantes subconjuntos foram utilizados para estimação dos parâmetros. No final das  $k$  iterações, calculou-se a média dos indicadores de predição. Os resultados da validação cruzada obtidos para cada um dos modelos encontram-se descritos no Quadro 8. Da análise dos valores obtidos, conclui-se que o Modelo II apresenta valores de RSME e MAE inferiores, salientando a utilização deste modelo caso o gestor da rede disponha dos elementos relativos às características da rede.

Quadro 8. Resultados da validação cruzada em cada modelo.

	<b>RMSE</b>	<b>MBE</b>	<b>MAE</b>
<b>Modelo I</b>	0,0903	-0,0004	0,0704
<b>Modelo II</b>	0,0840	-0,0004	0,0660

## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho desenvolveram-se modelos longitudinais, para modelar a degradação do pavimento ao nível do parâmetro atrito. Da análise dos resultados obtidos, verifica-se que, em média, o atrito tem o seguinte comportamento, desde que todas as outras condições se mantenham constantes:

- diminui ao longo do tempo, com o aumento do tráfego médio diário anual acumulado (*TMDAA*) e com o aumento do número médio de dias com temperatura máxima superior ou igual a 25 °C, bem como, com o aumento da quantidade média de precipitação total registada no mês do registo, e aumenta com o maior valor da temperatura do ar máxima (em °C) e com a humidade relativa do ar (*HR*);
- diminui na via direita (*VD*) e via de lentos (*VL*), em relação à via da esquerda (*VE*), bem como, diminui nas zonas em curva (*C*) e clotoide (*A*), em relação ao alinhamento reto (*R*),
- diminui, caso se trate de camadas em *BbD* ou *MBA.BBA* relativamente a camadas betuminosas em *mBBr*, bem como, diminui se o trecho se localiza nas *Baixas Altitudes*, em relação às *Médias Altitudes*.

Com estes modelos, que permitem a identificação dos vários fatores associados à degradação do pavimento, ao nível do atrito, será possível auxiliar o gestor da rede na condução de medidas de manutenção e/ou

reabilitação, cada vez mais eficazes, de modo a se promover a melhor qualidade das características superficiais do pavimento e, conseqüentemente, a otimizar o nível global da segurança rodoviária.

## 7 AGRADECIMENTOS

À Ascendi, que facultou o recurso à sua rede de autoestradas, laboratórios e equipamentos, para a análise e recolha dos dados, sem os quais não teria sido possível refletir e construir estes modelos. Este artigo foi elaborado com o apoio da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia e contém informação proveniente do projeto PEst-OE/ECI/UI4047/2014.

## 8 REFERÊNCIAS

1. Lima J., Ramos R., & Fernandes J. (2006). A Prática de gestão pavimentos em cidades médias Brasileiras; 2º Congresso Luso Brasileiro para o Planeamento Urbano Regional Integrado e Sustentável, setembro.
2. Yshiba J. & Junior J. (2005). Modelos estatísticos para previsão de desempenho de pavimentos. Departamento de Engenharia Civil. Acta Science Technologie Maringá, v. 27, n. 2, p. 175-181, July/Dec.
3. AASHTO (1962). American Association of State Highway and Transportation Officials, The AASTHO Road test.
4. Odoki J.B. and Kerali H. (2000). *Analytical Framework and Model Descriptions*. HDM-4 Highway Development & Management. Vol. 4.
5. OCDE (1991). Essai OCDE en Vraie Grandeur des Superstructures Routières. Recherche en matière de routes et de transports routiers. Organisation de Coopération et de Développement Économiques. Paris.
6. COST Action 324 (1997). Long Term Performance of Road Pavements, Final Report of the Action. European Commission.
7. PARIS (1999). Performance Analysis of Road Infrastructure. Transportation Research Fourth Framework Programme Road Transport. Luxembourg.
8. Kassem, E., Awed, A., Masad, E. A., & Little, D. N. (2013). Development of Predictive Model for Skid Loss of Asphalt Pavements. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2372(1), 83–96.
9. Wang, H., & Liang, R. Y. (2014). Predicting Field Performance of Skid Resistance of Asphalt Concrete Pavement. In Pavement Materials, Structures, and Performance, pp. 296–305.
10. Li, Q. J., Zhan, Y., Yang, G., Wang, K. C. P., & Wang, C. (2017). Panel data analysis of surface skid resistance for various pavement preventive maintenance treatments using long term pavement performance (LTPP) data. Canadian Journal of Civil Engineering, 44(5), 358–366.
11. Kogbara R. B., Masad E. A., Kassem E. Scarpas A. T. and Anupam K. (2016), A state-of-art review of parameters influencing measurement and modeling of skid resistance of asphalt pavements. Construction and Building Materials 114, pag. 602 a 617.
12. Cabral M. S. & Gonçalves M. H. (2011). Análise de Dados Longitudinais. XIX Congresso da Sociedade Portuguesa de Estatística. 28-Set-01Out, Nazaré.
13. James G., Witten D., Hastie T. and Tibshirani R. An Introduction to Statistical Learning with Applications in R. Springer Texts in Statistics
14. Kohavi R. (1995). A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection. International joint Conference on artificial intelligence, v. 14.
15. Lorino T., Lepert P., Marion J. & Khraibani H. (2012). Modeling the road degradation process: non-linear mixed effects models for correlation and heteroscedasticity of pavement longitudinal data, Procedia – Social and Behavioral Sciences 48, pag. 21 a 29.
16. Pinheiro, J. C., & Bates, D. M. (2000). Mixed-Effects Models in S and S-PLUS. Springer- Verlag. New York.