

# PREVISÃO ESPACIOTEMPORAL DA PROCURA DE TÁXIS EM LISBOA

Pedro Rodrigues<sup>1</sup>, Ana Martins<sup>2</sup>, Sofia Kalakou<sup>3</sup> e Filipe Moura<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Instituto Superior Técnico, Departamento de Eng. Civil e Georecursos, Av. Rovisco Pais, 1049-01 Lisboa, Portugal  
email: [Geraldtes.rodrigues@tecnico.ulisboa.pt](mailto:Geraldtes.rodrigues@tecnico.ulisboa.pt)

<sup>2</sup> Instituto Superior Técnico, CERiS, Av. Rovisco Pais, 1049-01 Lisboa, Portugal

<sup>3</sup> Instituto Superior de Ciências do Trabalho e do Emprego, Av. Das Forças Armadas, 1649-026 Lisboa, Portugal

<sup>3</sup> Instituto Superior Técnico, CERiS, Av. Rovisco Pais, 1049-01 Lisboa, Portugal

---

## Sumário

**O táxi é um modo de transporte muito presente na mobilidade urbana, no entanto ainda carece de alguns desequilíbrios na sua operação. Neste artigo utilizámos os dados das viagens de uma cooperativa de táxis de Lisboa para analisar a respetiva variação espaciotemporal das origens e destinos e a relação da procura com outras variáveis relevantes ao serviço de táxi. Aplicámos ainda um modelo econométrico, ARIMA, para prever a procura dos táxis em diferentes zonas da cidade. Este estudo permite compreender melhor a mobilidade urbana e ajudar a melhorar a operação dos serviços, com vantagens para todos os intervenientes do sistema.**

**Palavras-chave:** Táxis; Previsão da procura de curto prazo; ARIMA; Análise Espaciotemporal.

## 1 INTRODUÇÃO

De acordo com as Nações Unidas [1], em 2030, 60% da população mundial viverá em grandes centros urbanos, prevendo-se que as metrópoles com mais de 10 milhões de habitantes aumente das atuais 21 para 27. Este crescimento de áreas urbanas combinado com o desenvolvimento da economia mundial tem tornado as necessidades de mobilidade das pessoas mais imediatas e exigentes. Estes desafios representam também oportunidades de desenvolvimento de novos serviços; a aquisição de dados para compreender a mobilidade urbana, torna-se imperativa para conhecer o que move cada utilizador. Apesar de outros transportes públicos (metro, comboio ou autocarro) fornecerem dados relevantes das deslocações dos cidadãos, não permitem um estudo real das origens e destinos exatos das viagens efetuadas, visto serem forçados a seguir rotas previamente estipuladas com paragens definidas. Devido à sua grande flexibilidade, rotas planeáveis e capacidade de transporte “porta-a-porta”, os táxis têm ocupado uma posição importante na mobilidade de zonas urbanas, representando 2.4% das viagens efetuadas em Lisboa.

No entanto, nas grandes cidades, o serviço de táxi é desequilibrado [2] muitas vezes caracterizado por longos tempos de espera e um número excessivo de veículos a circular vazios [3]. A baixa qualidade do serviço tem um impacto negativo nas várias dimensões do sistema, uma vez que, aumenta o congestionamento do tráfego e a poluição do ar, e diminui os níveis de satisfação do passageiro assim como o lucro dos operadores

Como muitas outras áreas, o negócio de táxis encontra-se a meio de uma revolução digital significativa, competindo por quotas de mercado com novos agentes inovadores de *ride hailing*, tais como a Uber, Cabify, etc. Logo, a capacidade de prever onde e quando irá surgir a procura, aliada à diminuição do tempo de circulação em vazio revela-se da maior importância para os taxistas e empresas, especialmente quando não se verifica qualquer viabilidade económica em adotar estratégias de condução aleatória para encontrar os próximo passageiros [4].

Vários métodos têm sido sugeridos para prever a procura de táxis, incluindo modelos probabilísticos [5], séries temporais [4], [6], redes neurais [7], [8] análise de incerteza [9], entre outros. Outros autores [10] estudaram a assimetria que caracteriza os movimentos de táxi, mostrando que tanto a oferta como a procura muitas vezes não podem ser satisfeitas devido a variações espaciotemporais na procura de passageiros e preferências espaciais dos motoristas. Seguindo essa linha de pensamento, Nam et al [11] desenvolveram um modelo de regressão espacial de pesos geográficos após decompor a cidade de Seul numa grelha (células) e estudar as influências espaciais da densidade urbana e fatores relacionados com o tráfego no serviço de táxi.

Uma estrutura para descrever a estrutura espaciotemporal da procura de passageiros foi apresentada por Lee et al [12] aplicada na ilha de Jeju, Coreia do Sul, enquanto Yuan et al. [5] apresentaram em um trabalho completo com vários métodos em que dividem a área urbana em zonas de procura elevada utilizando uma técnica de agrupamento espacial. Em Portugal, Moreira-Matias et al. [4] combinaram três modelos diferentes de séries temporais para a cidade do Porto usando dados de streaming em tempo real para prever a procura de curto prazo usando os pontos de táxi da cidade como clusters. Phithakkitnukoon et. al [13] e Veloso et. al [14] aplicaram uma grelha à cidade de Lisboa, e utilizaram um sistema de inferência Bayesiano para prever o número de táxis vagos numa determinada área com base na hora do dia, dia da semana e condições climáticas.

O nosso estudo caracteriza a dinâmica dos padrões de mobilidade referentes à procura de táxis a nível temporal e espacial, e aplica à cidade de Lisboa um modelo sólido e amplamente aplicado na previsão de dados de séries temporais: o ARIMA (do inglês *Autoregressive Integrated Moving Average*). O intuito foi analisar se um modelo econométrico linear, que segue o princípio da parcimónia, consegue revelar os padrões de viagem dos passageiros em Lisboa. O conhecimento dos padrões de procura, com base no bom desempenho, traz benefícios para a operação, melhorando as estratégias de procura dos condutores, e para todos os intervenientes do sistema.

## 2 Metodologia e Caso de Estudo

### 2.1 Aquisição e preparação dos dados

O conjunto de dados utilizados neste estudo foram fornecidos por uma empresa privada de táxis, a *AutoCoop*, que detém aproximadamente 10% da frota de táxis ativos de Lisboa. Os dados extraídos datam de 1 de Janeiro de 2014 a 31 de Dezembro de 2017 e contêm informação referente a 254 táxis distintos e a quase 1 milhão de viagens efetuadas nesse período na área metropolitana de Lisboa, possuindo 8 atributos iniciais: DATA e HORA do local de partida, LATITUDE e LONGITUDE do local de partida, DATA e HORA do local de chegada, LATITUDE e LONGITUDE do local de chegada, NÚMERO de identificação do táxi, VALOR cobrado e TIPO de viagem (se teve origem numa praça de táxis/rua, ou através da central). Após uma etapa de limpeza de dados em que se transformaram coordenadas, removeram valores nulos e viagens inferiores a 100 metros, adicionaram-se 3 novos atributos: ID de viagem, DISTÂNCIA percorrida e TEMPO de viagem. Toda a informação foi catalogada e alojada numa base de dados MySQL devido ao elevado número de dados e uma análise estatística inicial foi efetuada interligando a base de dados com o notebook Jupyter com Python. Após uma primeira visualização espaciotemporal da informação, aumentou-se a base de dados inserindo mais de 1000 pontos de interesse.

Para uma melhor visualização dos dados recorreu-se ao software Tableau, o que permitiu realizar análises temporais e espaciais preliminares relativas à disposição e evolução da procura de táxis. Recorrendo à linguagem de programação R, aplicou-se uma grelha à área de estudo composta por células quadradas de 500mx500m com a informação anteriormente identificada compilada dentro de cada uma. O *software* QuantumGIS foi utilizado na elaboração e análise de mapas espaciais permitindo identificar padrões de mobilidade e variações espaciais da procura.

A informação foi de seguida agregada em três intervalos regulares distintos: horária, períodos de 8h e diária e separada por célula. Após novo trabalho de limpeza os dados foram transformados em séries temporais e após a identificação de diferentes clusters, aplicou-se o modelo de previsão ARIMA para cada área distinta.

### 2.2 Modelo

O ARIMA é um modelo comumente utilizado em previsões de fluxos e velocidade de tráfego rodoviário[15], assim como outros problemas de previsão a curto prazo como preços de eletricidade[16]. Assume que as condições de tráfego podem ser modeladas como um processo estacionário, onde todos os parâmetros como a média e a variância não se alteram ao longo do tempo. O seu desempenho a capturar tendências futuras é elevado, mas é sensível a flutuações periódicas ou sazonais, podendo a sua precisão ser negativamente influenciada quer pela presença de *outliers*, quer de valores em falta. Quando comparado com outros algoritmos de previsão, o ARIMA exibe duas vantagens principais: 1) A sua versatilidade permite-lhe representar diferentes tipos de séries temporais: as autorregressivas (AR), as médias móveis (MA) e uma combinação de ambos (ARMA); 2) Por outro lado, combina as amostras mais recentes da série para produzir uma previsão e com a capacidade de se atualizar em função de possíveis alterações no modelo. Uma breve descrição do modelo apresenta-se de seguida, ressaltando que o nosso modelo é também capaz de identificar

diferentes sazonalidades através da aplicação de séries de Fourier. No ARIMA o valor futuro de uma variável é assumido como sendo uma função linear de várias observações passadas e erros, podendo o processo subjacente que gera a série temporal a utilizar (serviços de táxi numa célula  $k$ ) como é mostrado na Equação 1

$$Y_{k,t} = k_0 + \phi_1 X_{k,t-1} + \phi_2 X_{k,t-2} + \dots + \phi_p X_{k,t-p} + \varepsilon_{k,t} - k_1 X_{k,t-1} - k_2 X_{k,t-2} - \dots - k_q X_{k,t-q} \quad (1)$$

Onde  $Y_{k,t}$  e  $\varepsilon_{k,t}$  são, respetivamente, o valor atual e o erro aleatório num dado período,  $t$ . Os valores  $\phi_l (l = 1, 2, \dots, p)$  e  $k_m (m = 0, 1, 2, \dots, q)$  correspondem aos parâmetros/pesos do modelo sendo  $p$  e  $q$  números inteiros positivos frequentemente denominados ordem do modelo. Tanto a ordem como os pesos do modelo podem ser inferidos a partir do histórico da série temporal utilizando as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial conforme proposto por Box e Jenkins [17]. Estas funções são particularmente úteis para identificar a periodicidade e, mais importante, as frequências.

A Figura 1 apresenta um fluxograma com o modelo utilizado neste estudo para uma melhor compreensão das etapas necessárias à sua correta calibração. Após limpeza e agregação dos dados, os mesmos são convertidos para uma série temporal. No entanto, o método de Box e Jenkins assume que a série é estacionária (parâmetros como a média e variância constantes ao longo do tempo) sendo necessário proceder à diferenciação da mesma, caso não o seja. Tendo em conta o elevado período de dados para análise, e sabendo que a probabilidade de surgirem várias sazonalidades é bastante elevada, introduzimos no nosso modelo a utilização de séries de Fourier para identificar frequências que, de outra forma, poderiam ser negligenciadas.

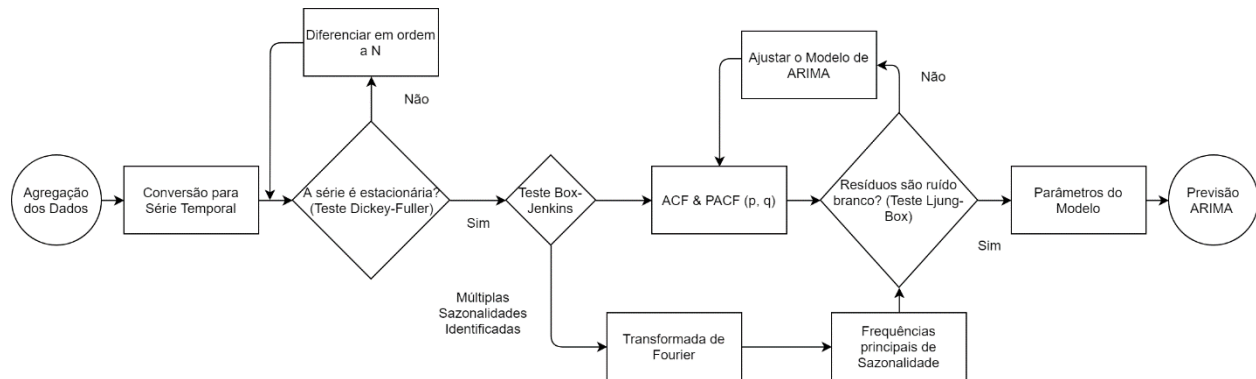


Figura 1- Fluxograma do Modelo definido

### 2.3 Caso de estudo

Após remoção das viagens inferiores a 200m, viagens sem valor e inferiores a 1 minuto, ficámos com 632 794 serviços de táxi, ao longo dos quatro anos em análise. Dados erróneos e em falta foram também removidos. A Tabela 1 apresenta o número de serviços distintos ocorridos em cada ano e o número correspondente de táxis a operar nesse período.

Tabela 1 - Número de serviços e veículos ativos por ano

Ano	2014	2015	2016	2017
Serviços de Táxi	92173	168812	190415	181394
Veículos	182	207	213	254

Visto o número de veículos distintos a operar não ser constante, selecionou-se o ano de 2016 até 17 de Dezembro para analisar e alimentar o modelo com uma amostra constante, e utilizaram-se os valores reais de 17 de Dezembro até 31 como uma das métricas de validação e precisão. O serviço de táxi varia no tempo. A Figura 2 ilustra a distribuição temporal dos serviços de táxi por dia em 2016, onde imediatamente alguns parâmetros cíclicos conseguem ser observados, em especial os ciclos de fim de semana. São visíveis perturbações pontuais, coincidentes com o período de férias de verão, véspera de Natal, dia de Natal e véspera de Ano Novo, caracterizadas por uma redução no serviço de táxi.

[2016] Distribuição diária do número de viagens

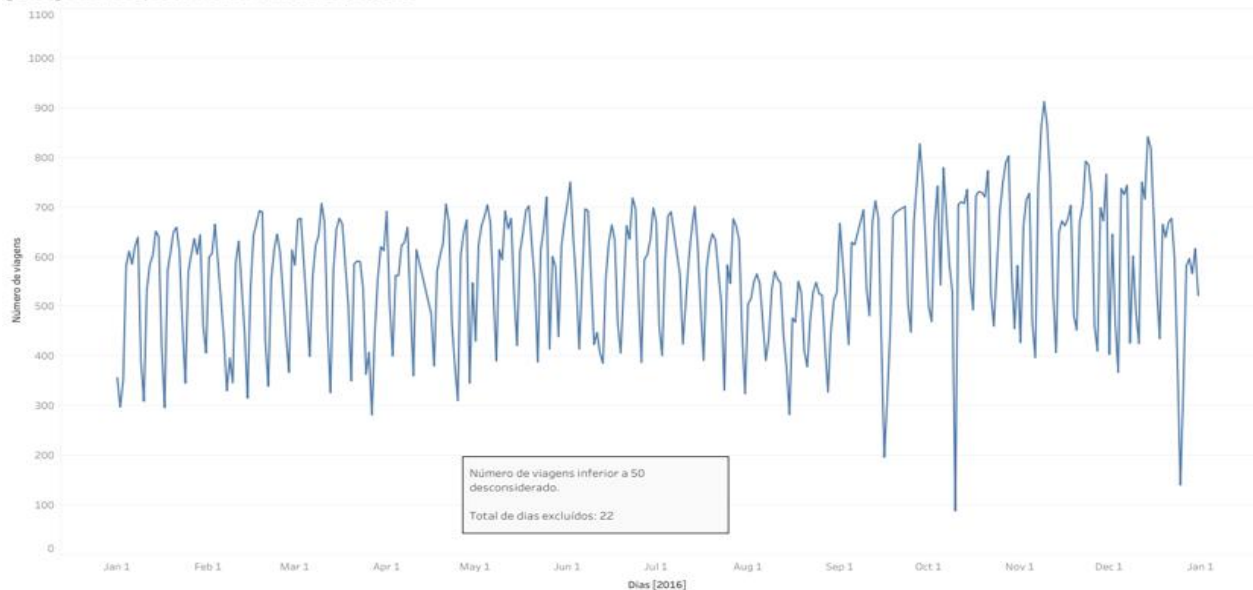


Figura 2 - Série Temporal do número de serviços por dia em 2016

Conforme esperado, a variação da procura é influenciada pelos movimentos pendulares associados à atividade laboral. A Figura 3 ilustra um aumento desde as primeiras horas da manhã surgindo um pico às 9h, antes de decrescer ligeiramente. Um segundo pico é observado às 14h, logo após as horas de almoço. Existe um menor número de serviços de táxi durante os fins-de-semana (23% da procura semanal) do que nos dias úteis (77%), com os serviços realizados ao fim-de-semana a atingirem máximos de procura entre as 00h e as 1h. Esta componente recorrente é consistente ao longo dos quatro anos de dados analisados.

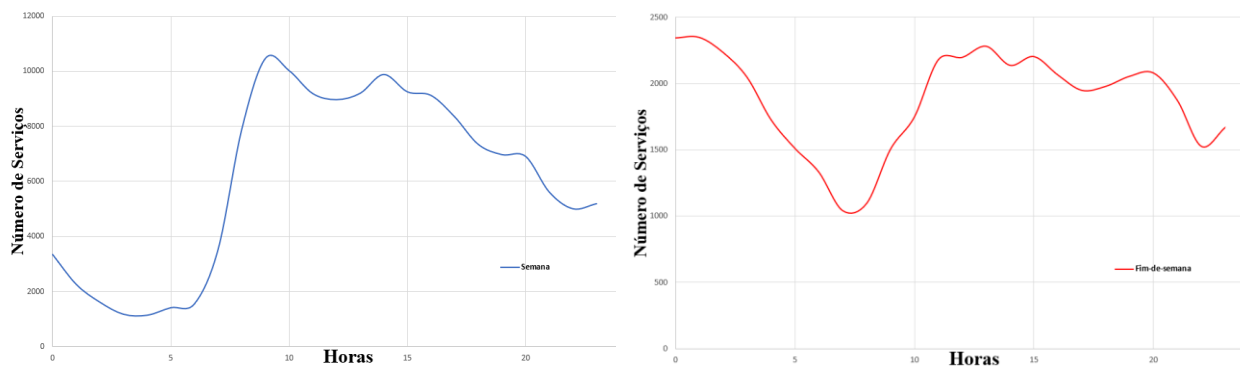


Figura 3- Evolução dos serviços de táxi durante a semana (esquerda) e ao fim-de-semana (direita) no ano de 2016

Para uma melhor compreensão dos padrões que caracterizam o serviço de táxi, analisamos as viagens de acordo com a sua distância e duração, conforme demonstrados na Figura 4 e Figura 5. Estes gráficos permitem observar que mais de 90% das viagens são superiores a 1km e 77% duram entre 5 a 20 minutos, revelando a utilização do táxi em viagens de curta duração, dentro da cidade de Lisboa, apesar das alternativas existentes de transportes públicos.

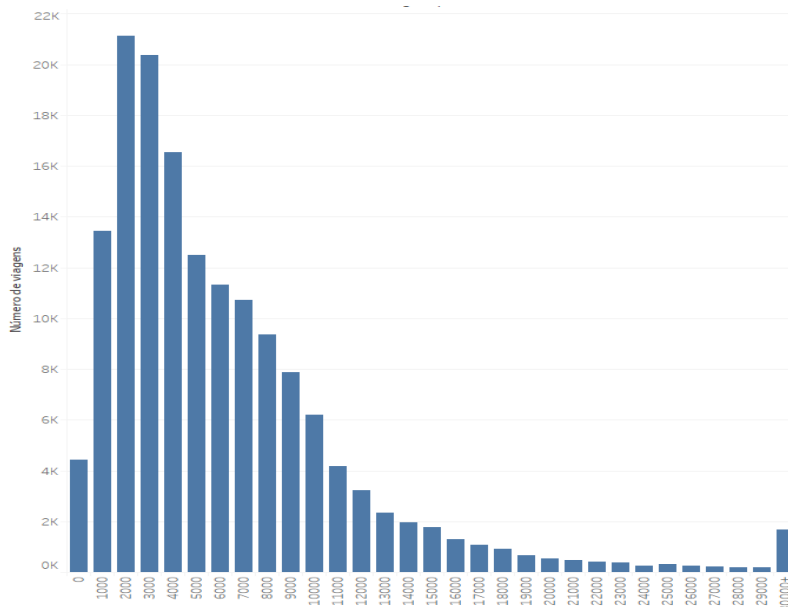


Figura 4 - Distribuição das viagens de táxi por km

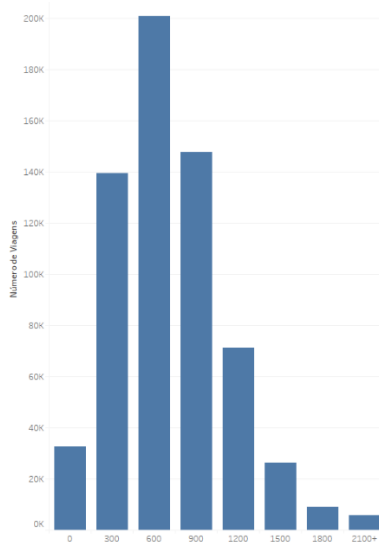


Figura 5- Distribuição das viagens de táxi em períodos de 5min

A procura pelo serviço de táxi varia não apenas no tempo, mas também no espaço moldando-se às necessidades dos cidadãos. Mostramos na Figura 6 a disposição espacial da procura de táxis segundo um mapa de cores, filtrada por uma rede de células 500mx500m e onde também se identificam os *hotspots* A (aeroporto), B (zona comercial e de desporto), C (estação rodoviária e ferroviária), D (baixa da cidade), E (zona empresarial). A escolha do tamanho das células (500mx500m) é apoiada na distância média máxima que passageiros estão dispostos a percorrer sem recorrer ao uso de qualquer outro meio de transporte [18], [19] [20] e uma medida utilizada pelas autoridades de transportes na conceção de centros de transporte [21]. Apresentamos também na Figura 7o contraste de início e fim de viagens em 2016 As classes de cores seguiram o modelo de otimização de cluster de dados proposto por Jenks [22].

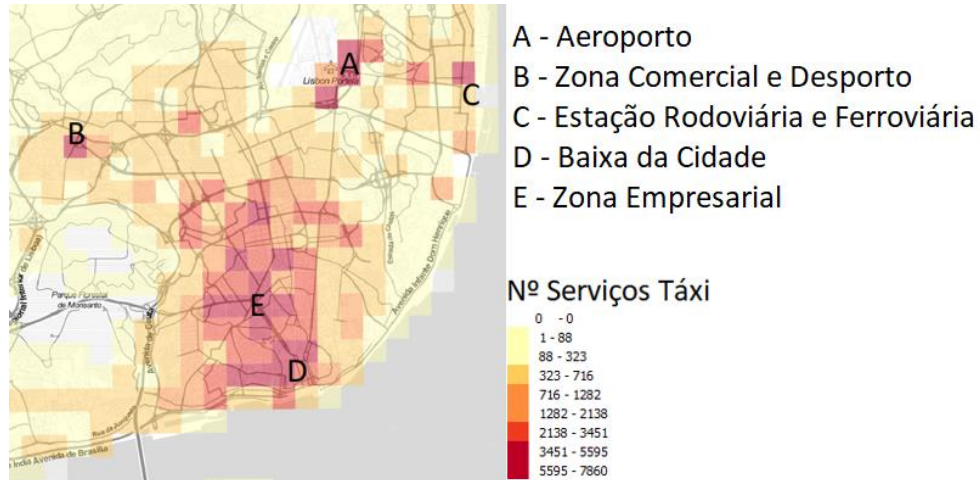


Figura 6 - Distribuição espacial dos serviços de táxi em 2016 (Origens e Destinos)

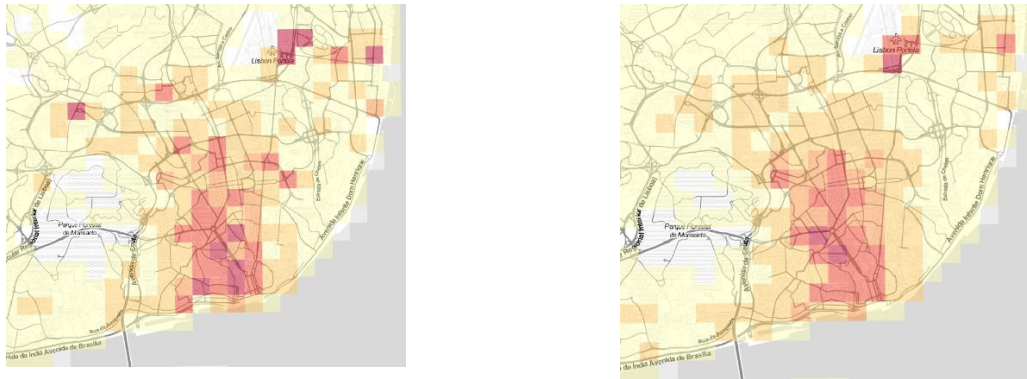


Figura 7- Distribuição espacial de Origens (esquerda) e Destinos (direita) de passageiros em 2016

Conforme esperado, as células com maior densidade de origens e destino de viagens são aquelas que contêm espaços com interface de transportes (aeroporto, autocarros, comboios, barcos). Isto permite inferir que, devido à sua dinâmica, o táxi é amplamente utilizado como solução para deslocações primeira e última milha (*First Mile, Last Mile*). Com vista a avaliar se o serviço de táxi é também utilizado como elo de ligação entre as diferentes alternativas modais, analisámos os diferentes fluxos com origem e destino nas células indexadas a grandes infraestruturas de transportes, ilustrando o caso do aeroporto na Figura 8. As setas na Figura 8 mostram a magnitude do número total de viagens entre cada conjunto de células que têm como origem ou destino o aeroporto.

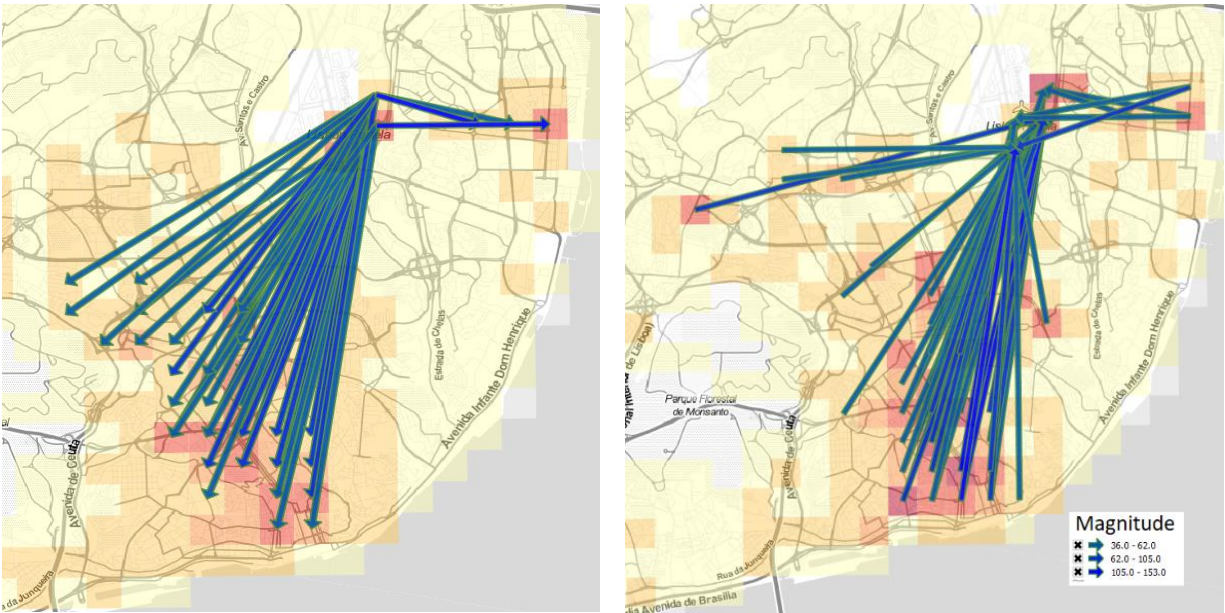


Figura 8 - Representação espacial dos serviços com origem no aeroporto (esquerda) e com destino no aeroporto (direita)

### 3 Resultados experimentais

Nesta secção começamos por descrever a configuração experimental desenvolvida para testar o nosso modelo, e apresentamos de seguida as métricas aplicadas para avaliar a precisão e desempenho do mesmo. Por fim analisamos e discutimos os resultados obtidos.

#### 3.1 Configuração experimental

Os dados foram agregados em períodos de 1h, 8h e 24h, no entanto apenas os dados com períodos de 8h foram testados. Tal decisão prendeu-se com a escassez de dados quando agregados em pequenos períodos e separados por célula, e à preferência em dividir o dia em períodos iguais, assim como realizar previsões para diferentes períodos do dia. A agregação dos dados em períodos de 8h, significa que o modelo irá realizar previsões em janelas de 8h cada ( $H=8$ ). Separaram-se as as origens e destinos por célula. O ARIMA foi aplicado aos clusters de células identificados a fim de detetar e aprender o histórico temporal existente. Foi realizada uma análise de autocorrelação e autocorrelação parcial, conforme ilustrado na Figura 9, a fim de determinar os parâmetros  $p$ ,  $q$ ). Devido ao elevado período em análise e à deteção de várias sazonalidades (diária, semanal, mensal, semestral, anual), computámos periodogramas para identificar as frequências determinantes em cada célula, calibrando o modelo para as diferentes sazonalidades. No fim de cada ciclo de previsão, analisámos os resíduos de cada modelo certificando-nos que eram independentes, sem correlação. O tempo de computação teve um valor de apenas alguns segundos, sendo o e foi sempre utilizada a linguagem de programação R.

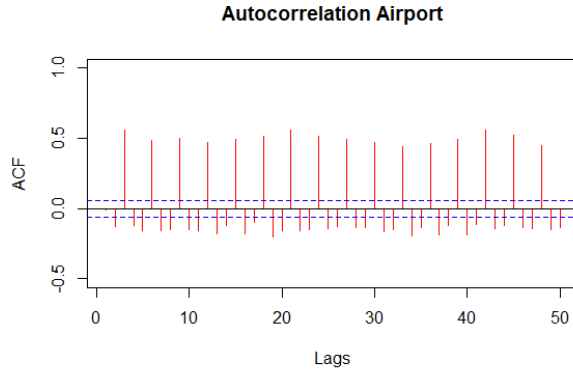


Figura 9 -Diagrama de autocorrelação nas células do aeroporto

### 3.2 Métricas de Avaliação

Utilizámos os dados reais para medir o desempenho do modelo. Duas métricas foram utilizadas para medir o erro do algoritmo. A primeira é o erro quadrático médio (EQM), que é maioritariamente utilizado para medir a precisão relativa de previsão do modelo, podendo ser calculado conforme a Equação 2:

$$EQM = \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{d=1}^D (\bar{y}_j^d - y_j^d)^2} \quad (2)$$

Onde  $D$  é dimensão da amostra prevista (número de intervalos de 8h previstos) da célula  $j$ ,  $\bar{y}$  é a procura prevista e  $y$  é a procura real.

A segunda métrica é a percentagem de erro médio simétrico (sMAPE). Esta métrica é uma alternativa amplamente utilizada quando existem valores de procura próximos ou iguais a zero. Reduz a influência destes dados de pequeno volume limitando a taxa de erro para 200%. Observações de baixo volume são problemáticas porque poderiam ter taxas de erro infinitamente altas que iriam distorcer a taxa de erro geral.

$$sMAPE_j = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^D \frac{|\bar{y}_j - y_j|}{Q_j} \quad (3)$$

$$Q_j = \begin{cases} \bar{y}_j + y_j & \text{se } (\bar{y}_j > 0 \vee y_j > 0) \\ 1 & \text{se } (y_j = 0 \wedge \bar{y}_j = 0) \end{cases} \quad (3)$$

### 3.3 Resultados

A Tabela 2 contém os valores das métricas de erro do modelo para o cluster do aeroporto e a Figura 10 compara a procura real com a prevista pelo ARIMA no mesmo cluster de células, entre os dias 17 e 24 de Dezembro de 2016.

Tabela 2- Erro medido no modelo para o aeroporto

<b>EQM</b>	<b>3.774</b>
<b>sMAPE</b>	<b>20.7%</b>



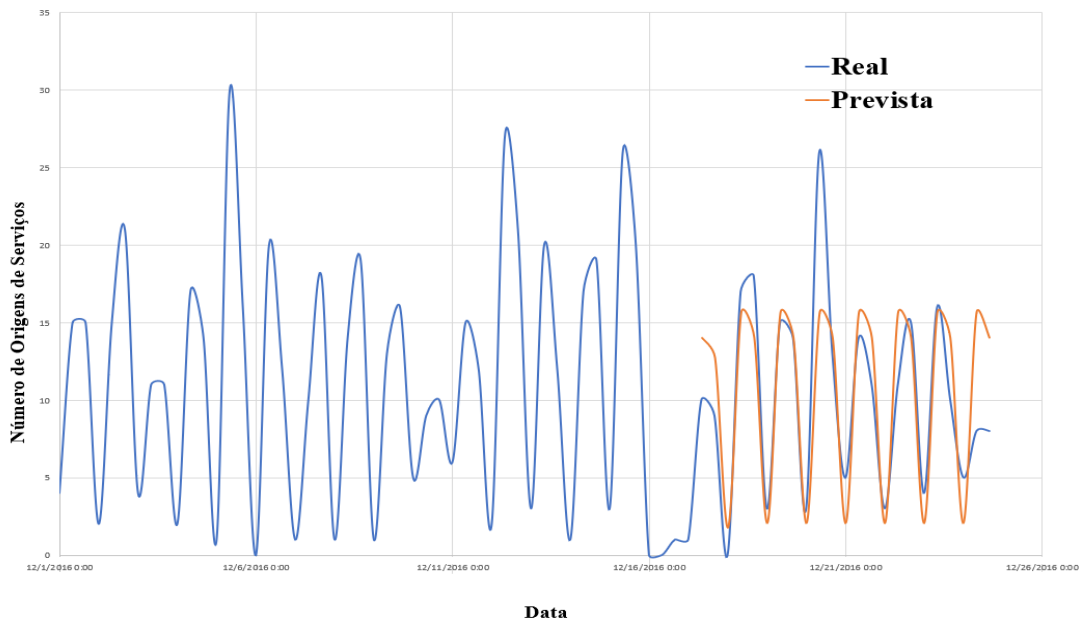


Figure 10- Procura real e procura prevista para o aeroporto no fim de Dezembro de 2016

## 4 Conclusões

Neste estudo, aplicámos um modelo de ARIMA à cidade de Lisboa para prever a procura a curto prazo de táxis, e mostramos os resultados obtidos no cluster do aeroporto. O desempenho geral do modelo foi bom, com um valor de erro máximo de 21% para uma série temporal contendo dados de procura de 1 ano inteiro, contrastando com a maioria dos outros estudos que utilizam intervalos bastante inferiores [4], [13], [14], [23]. Fomos capazes de observar padrões espaciotemporais da procura de táxis, identificar as zonas de origem e destino de serviço mais comuns e mostrámos como o táxi exhibe ligações fortes entre zonas com grandes interfaces de transporte aparentando ser um elo de ligação entre as diferentes alternativas de transporte existentes. Contudo, existem melhorias a ser feitas. A inclusão de eventos irregulares e condições meteorológicas pode aumentar a precisão das previsões e a inclusão de diferentes termos de Fourier para cada sazonalidade observada vai permitir que todas as componentes cíclicas da procura estejam presentes e não apenas a mais dominante como no nosso estudo. A criação de um enquadramento onde o modelo seja atualizado a com os valores de procura real entre um determinado número de previsões vai significativamente aumentar a sua precisão a longo prazo.

## Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer à *AutoCoop* e à sua equipa pelos dados disponibilizados. O segundo autor agradece à Fundação para a Ciência e Tecnologia, do Ministério da Economia e Emprego, o apoio financeiro concedido através da bolsa de investigação PD/BD/128045/2016.

## Referências

- [1] United Nations, *Population Distribution, Urbanization, Internal Migration and Development: An International Perspective*. New York, 2012.
- [2] Y. Huang and J. Powell, “Detecting Regions of Disequilibrium in Taxi Services,” in *Proceedings of the 20th International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, 2012, pp. 139–148.
- [3] K. Zhao, D. Khryashchev, J. Freire, C. Silva, and H. Vo, “Predicting taxi demand at high spatial resolution: Approaching the limit of predictability,” in *Proceedings - 2016 IEEE International Conference on Big Data*,

*Big Data 2016*, 2016.

- [4] L. Moreira-Matias, J. Gama, M. Ferreira, J. Mendes-Moreira, and L. Damas, "Predicting taxi-passenger demand using streaming data," *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, vol. 14, no. 3, pp. 1393–1402, 2013.
- [5] J. Yuan, Y. Zheng, L. Zhang, X. Xie, and G. Sun, "Where to Find My Next Passenger?," in *Proceedings of the 13th international conference on Ubiquitous computing*, 2011, pp. 109–118.
- [6] X. Li *et al.*, "Prediction of urban human mobility using large-scale taxi traces and its applications," *Front. Comput. Sci. China*, vol. 6, no. 1, pp. 111–121, 2012.
- [7] N. Mukai and N. Yoden, "Taxi Demand Forecasting Based on Taxi Probe Data by Neural Network," in *Proceedings of the 5th International Conference on Intelligent Interactive Multimedia Systems and Services (IIMSS 2012)*, 2012, pp. 589–597.
- [8] G. Zander, "Predicting taxi passenger demand using artificial neural networks," 2017.
- [9] F. Miao *et al.*, "Data-Driven Robust Taxi Dispatch Under Demand Uncertainties," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, pp. 1–17, 2016.
- [10] H. Yang, Y. W. Lau, S. C. Wong, and H. K. Lo, "A macroscopic taxi model for passenger demand, taxi utilization and level of services," *Transportation (Amst.)*, vol. 27, no. 3, pp. 317–340, 2000.
- [11] D. Nam, K. Hyun, H. Kim, K. Ahn, and R. Jayakrishnan, "Grid Cell Based Taxi Ridership Analysis Using Large Scale GPS Data," *Transp. Res. Board*, 2016.
- [12] J. Lee, I. Shin, and G. L. Park, "Analysis of the passenger pick-up pattern for taxi location recommendation," *Proc. - 4th Int. Conf. Networked Comput. Adv. Inf. Manag. NCM 2008*, pp. 199–204, 2008.
- [13] S. Phithakkitnukoon, M. Veloso, C. Bento, A. Biderman, and C. Ratti, "Taxi-aware map: Identifying and predicting vacant taxis in the city," *Lect. Notes Comput. Sci. (including Subser. Lect. Notes Artif. Intell. Lect. Notes Bioinformatics)*, vol. 6439 LNCS, pp. 86–95, 2010.
- [14] M. Veloso, S. Phithakkitnukoon, and C. Bento, "Sensing urban mobility with taxi flow," *Proc. 3rd ACM SIGSPATIAL Int. Work. Locat. Soc. Networks - LBSN '11*, p. 1, 2011.
- [15] W. Min and L. Wynter, "Real-time road traffic prediction with spatio-temporal correlations," *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.*, vol. 19, no. 4, pp. 606–616, 2011.
- [16] J. Contreras, R. Espinola, and F. J. Nogales, "Arma models to predict next-day electricity prices," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 3, 2003, pp. 1014–1020.
- [17] G. Box, G. Jenkins, and G. Reinsel, *Time Series Analysis*. San Francisco, 1976.
- [18] B. Dunning and I. Ford, "Personal automated transportation: status and potential of personal rapid transit," *Adv. Transit Assoc.*, 2003.
- [19] R. Daniels and C. Mulley, "Explaining walking distance to public transport: the dominance of public transport supply," 2011.
- [20] M. Thompson and H. Bae, "A Functional Thinking Approach to the Design of Future Transportation Systems: Taxis as a Proxy for Personal Rapid Transit in South Korea," 2014, pp. 47–63.
- [21] P. T. Authority, "Design and Planning Guidelines for Public Transport Infrastructure: Bus Route Planning and Transit Streets." Public Transport Authority, Western Australia, 2003.
- [22] G. Jenks, *International Yearbook of Cartography 7: The Data Model Concept in Statistical Mapping*. 1967.
- [23] X. Qian, S. V Ukkusuri, C. Yang, P. Moe, and F. Yan, "A MODEL FOR SHORT-TERM TAXI DEMAND FORECASTING ACCOUNTING FOR SPATIO-TEMPORAL CORRELATIONS."